

Matematik Ders Kitaplarında Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat

Sare ŞENGÜL¹, Büşra KIRAL²

Öz: Matematik öğretme ve öğrenme sürecinde öğretmenlere kılavuz, öğrencilere yardımcı kaynak olan ders kitaplarındaki akıl yürütme ve ispatlama durumlarını analiz etmek, öğrencilerin akıl yürütme ve ispatlamayı öğrenme fırsatlarını anlamak için atılacak önemli adımlardan biridir. Bu çalışmada, Millî Eğitim Bakanlığının Eğitim Bilişim Ağından tüm öğrencilere sunduğu bir beşinci ve bir altıncı sınıf matematik ders kitabı incelenmiştir. Verilerin analizinde literatürdeki çalışmaların değerlendirme kriterleri esas alınarak araştırmacılar tarafından analitik çerçeve geliştirilmiştir. Bu kapsamda akıl yürütme ve ispat etkinlikleri, beşinci ve altıncı sınıf matematik öğrenme alanlarına, etkinliklerin amaçlarına ve olası argüman türlerine göre değerlendirilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre, akıl yürütme ve ispata yönelik etkinlikler, beşinci ve altıncı sınıf ders kitaplarındaki tüm etkinliklerin sırasıyla %21 ve %13'ünü oluşturmaktadır. Sonuçta, matematik ders kitabı etkinliklerinde, akıl yürütme ve ispatın ağırlıklı yer almadığı görülmüştür.

Anahtar Sözcükler: Akıl Yürütme ve İspat, Matematik Ders Kitabı, Ders Kitabı Analizi

Mathematical Reasoning and Proof in Mathematics Textbooks

Abstract: Analyzing reasoning and proving contexts in textbooks, which guide teachers and students in the process of teaching and learning mathematics, is an important step in comprehending the opportunities for students to learn to reason and prove. This study examined two mathematics textbooks for grades five and six, which were distributed to all students by the Ministry of National Education's Education Information Network. The researchers created an analytical framework for the data analysis based on the standards used to evaluate studies in the literature. In this context, reasoning and proof activities were evaluated separately based on the fifth- and sixth-grade mathematics learning areas, the purposes of the activities in the books, and possible argument types. Findings show that reasoning and proof activities account for 21% and 13%, respectively, of all activities in fifth- and sixth-grade textbooks. As a result, reasoning and proof were found to be absent from mathematics textbook activities.

Keywords: Reasoning and Proof, Mathematics Textbook, Textbook Analysis

* Bu çalışmanın bir bölümü 22-24 Eylül 2022'de (Denizli, Türkiye) düzenlenen International Conference on Mathematics and Mathematics Education'da (ICMME 2022) özet sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Geliş Tarihi: 13.02.2023

Kabul Tarihi: 14.04.2023

Makale Türü: Araştırma Makalesi

¹ Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, İstanbul, Türkiye, e-posta: zsengul@marmara.edu.tr, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1069-9084>

² İstanbul Aydın Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, İstanbul, Türkiye, e-posta: busrakiral@aydin.edu.tr, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5816-6183>

Atf için/ To cite:

Şengül, S., & Kırıl, B. (2023). Matematik ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispat. *Yaşadıkça Eğitim*, 37(2), 508-530. <https://doi.org/10.33308/26674874.2023372589>

Bilim gözlem yoluyla doğrularken matematik akıl yürütme yoluyla doğrular ve matematiğin özü ispatlarda yatmaktadır. Geçerli argümanlar veya ispatlar oluşturmak ve argümanları eleştirmek, matematik yapmanın ayrılmaz parçalarıdır (Ross, 1998). Matematik, belirli düzen ve mantıksal sıralamadaki kavramlar ile işlemlere ilişkin bir bilimdir. Bu düzeni keşfedip anlamlandırma da matematik yapmaktır (Van De Walle ve diğerleri, 2012). Bu nedenle okul matematiğinin öğrencilere keşfetme ve anlamlandırma fırsatları sunması gerektiği söylenebilir. Öğrencilerin ise bu fırsatları değerlendirebilmeleri için matematik öğrenme ortamları, öğrencilere matematiksel akıl yürütme ve ispat becerisi kazandırmalıdır. Ross'a (1998) göre de matematik derslerinin en önemli amaçlarından biri, öğrencilere matematiksel akıl yürütme becerisinin kazandırılmasıdır. Akıl yürütme ve ispat, müfredattaki belirli zamanlar veya belirli konular için ayrılan özel etkinlikler olmayıp hangi konu üzerinde çalışılırsa çalışılsın, sınıf tartışmalarının devam eden doğal bir parçası olmalıdır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu duruma yönelik olarak Wood ve Turner-Vorbeck (2001), çocukların öğrenmesine etki eden en önemli şeyin, onların problem çözme stratejileri ve kendi fikirlerinden oluşan sınıf tartışmaları olduğunu vurgulamaktadırlar.

İspatın amacı matematiksel argümanların mantıksal doğruluğunu kontrol ederek bir iddianın geçerliğini teyit etmek olup bu amaç doğrultusunda okulda ispatın öğrencilerde bilgi inşasına katkı sağlaması gerekmektedir. Bu durum gerçekleşmediğinde ise ispat öğrencilerin gözünde anlamsız ve amaçsız kalacaktır (Mariotti, 2006). Benzer şekilde Ross (1998) da öğrencide akıl yürütme yeteneği gelişmediğinde, matematiğin basitçe bir dizi prosedürü takip etme ve örneklerin neden anlamlı olduklarını düşünmeden taklit etme meselesi haline geleceğini ifade etmekte ve eklemektedir. En geç sekizinci sınıftan başlayarak, "ispat" kelimesi ve "bu bir ispat değildir" ifadesi, uygun olan her yerde tutarlı bir şekilde kullanılmalıdır. Daha küçük yaşlardaki matematik derslerinde ise ispatlara yapılan vurgu, biçimsel doğruluktan çok onların eğitimsel değeri üzerinde olmalı ve bu anlamda öğrencilerin matematiksel duyarlılıkları artırılmalıdır. Matematiksel akıl yürütme ile ilgili çalışmalarında, özellikle sekizinci sınıfa geldiklerinde öğrenciler; (1) Tümevarımsal ve tümdengelimli akıl yürütmeyi ayırt ederek uygun oldukları durumları açıklayabilmeli, (2) Mantıksal çıkarımı anlayabilmeli, bir tümdengelimdeki hipotezi ve sonucu tanımlayabilmeli, (3) Bir iddiayı örneklerle test edebilmeli, (4) Bir iddianın yanlış olduğunu göstermek için aksine bir örneğin yeterli olduğunu fark edebilmeli, (5) Birkaç özel durumla bir iddianın doğrulanamayacağını ve bir şeyin ispatlanıp ispatlanamayacağını anlayabilmeli, (6) Birden fazla adım içeren akıl yürütme zincirlerindeki mantıksal hataları tanımlayabilmelidir (Ross, 1998). Böylece sekizinci sınıfa gelmiş olan öğrencilerin bu özelliklere sahip olabilmeleri için öncesinde aldıkları eğitimde matematiksel akıl yürütme becerisi geliştirmeleri gerektiğini söyleyebiliriz. Bu bağlamda matematiksel akıl yürütme becerisinin, en geç ortaokul beşinci ve altıncı sınıfta temellerinin atılması gerektiği düşünülmektedir.

Akıl yürütme ve ispatı bir bütün olarak "Reasoning-and-Proving (RP)" şeklinde ele alan Stylianides (2008), akıl yürütme ve ispatın matematik yapmada merkezi bir rolü olduğunu belirtmektedir. Fakat birçok matematik öğretmeni ve öğrencisinin akıl yürütme ve ispat içeren etkinliklerde, özellikle de ispatların geliştirilmesinde ciddi zorluklarla karşı karşıya olduklarını ifade etmektedir. Bu sorunun çözümü için Stein ve diğerleri (2007), akıl yürütme gibi matematiksel fikirleri öğrenciler arasında etkili bir şekilde teşvik etmek ve bilgi tabanını oluşturmak için bu fikirlere odaklanan ders kitabı analizleri gibi analitik araçların geliştirilmesinin önemine dikkat çekmektedirler. Matematiksel ispatı öğretmek, matematik müfredatlarının çoğu için bir hedeftir. Bu hedef, bazen ders kitaplarında bir bölüm bazen öğretimin genel bir amacı olarak açıklanmaktadır. Burada genel amaçtan kastedilen "matematiksel ispat" olarak adlandırılmayan tümdengelimli akıl yürütmenin inşası ve formülasyonudur (Balacheff, 1991). Stefanowicz ve diğerleri (2014), öğrencilerin ispatların nasıl yapılması gerektiğine dair iyi bir fikir edinebilmeleri için ders kitaplarındaki ispatlara bakmalarını önermektedirler. Bu bağlamda öğrencilerin ispatların nasıl yapılacağına dair bilgi edinebilmeleri için ders kitaplarının matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik donanımlı bir bilgi tabanı oluşturması gerektiği söylenebilir.

Matematik ders kitaplarının matematik öğretimini nasıl etkilediğini inceleyen araştırmalar, matematik ders kitaplarının öğrencilerin matematik öğrenme fırsatları üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu göstermektedir (Stylianides, 2009). K-12 matematik ve fen eğitimi üzerine Amerika Birleşik Devletleri'ndeki

(ABD) bir araştırmada, öğretmenlerin öğretim stratejilerinin seçiminde, ders kitaplarının etkili olduğu belirlenmiştir (Weiss ve diğerleri, 2003). Buna yönelik olarak Tarr ve diğerleri (2006), öğrencilerin matematik öğrenme fırsatlarının belirlenmesinde, öğretmenlerin matematik ders kitaplarını kullanmalarının aracı bir rolü olduğunu saptamışlardır.

Son yıllarda yapılan araştırmalar, ilköğretim matematik ders kitaplarının matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik içeriklerinin incelenmesine yoğunlaşmaktadır. Newton ve Newton (2006) İngiltere'de 7-11 yaşlarındaki çocuklar tarafından kullanılan 18 ders kitabının, matematiksel akıl yürütme bağlamında öğretmenlerin gerekçelendirmeleri anlamalarına yardımcı olma durumlarını araştırmışlardır. Stacey ve Vincent (2009) dokuz Avustralya sekizinci sınıf matematik ders kitabında yedi başlıkta sunulan akıl yürütme ve ispat içeriğini analiz etmişlerdir. Stylianides (2009) altıncı, yedinci ve sekizinci sınıf Amerikan matematik ders kitabı serisini akıl yürütme ve ispat bağlamında incelemiştir. Bieda ve diğerleri (2014) ABD'de yayınlanan yedi ilkökul (9-11 yaş) matematik ders kitabını, özellikle yazılı görevlerde akıl yürütme ve ispat kavramlarına odaklanarak incelemiştir. Fujita ve Jones (2014) Japonya'da sekizinci sınıflarda (13-14 yaş) ortak kullanımda olan bir matematik ders kitabının geometri bölümlerini analiz etmişlerdir. Silverman ve Even (2015) İsrail'de yedinci sınıf matematik ulusal müfredatında yer alan ders kitaplarını, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve ispatı öğrenmeleri için sağladığı fırsatlar bağlamında incelemiştir. Hong ve Choi (2018) Amerikan ve Kore ders kitaplarından geometri derslerindeki akıl yürütme ve ispat içeriklerini incelemiş ve karşılaştırmışlardır. Doğan (2019) bir sekizinci sınıf matematik ders kitabında akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin ne kadar ve nasıl bulunduğunu araştırmıştır. Karakuş ve Korkutan (2021) yedinci ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında (13-14 yaş) geometri ve ölçme öğrenme alanındaki ispat etkinliklerine ne kadar yer verildiğini incelemiştir. Zhang ve Qi (2019) Çin reform odaklı sekizinci sınıf matematik ders kitaplarındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerini analiz etmişlerdir. Buradan görülmektedir ki matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında, ilköğretim matematik ders kitapları çok farklı ülkelerde araştırılmıştır. Bu konu ile ilgili ülkemizde yapılan çalışmalar ise çok yakın tarihli olup sınırlı sayıdadır.

Yukarıda belirtilenlere paralel olarak Yackel ve Hanna (2003) matematik eğitimcileri için en zor hedefin, “öğretmenlere sınıf ortamlarında öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme ve ispat becerilerini geliştirmelerinde rehberlik edecek araçların tasarlanması” olduğunu vurgulamaktadırlar. Bu nedenle mevcut eğitim sistemlerinin sunduğu matematik ders kitaplarının bu niteliği taşıyıp taşımadığının incelenmesi önemlidir. Bu düşünceden hareketle, bu çalışmada ortaokul matematiğinin temellerinin atıldığı beşinci ve altıncı sınıf düzeylerinde, öğretmenlere dersleri tasarlamada rehberlik eden ve tüm öğrencilere kaynak olan Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından sunulan matematik ders kitaplarının matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır.

Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat

Matematik eğitimi literatüründe ispat kavramına ilişkin yapılan tanımlarda; bir durumun doğruluğuna öncelikle kişinin kendisinin ikna olmasına ve bu durumun neden doğru olduğunu açıklayarak başkalarını da ikna etmesine vurgu yapılmaktadır (Cadwallader Olsker, 2011; Harel & Sowder, 1998; Hanna, 1989, 1990; Hersh, 1993; Manin, 1977; Mason, 2001; Stefanowicz ve diğerleri, 2014). Dolayısıyla matematiksel ispat, bireyin kendisini ve başkalarını ikna etmesi şeklinde iki süreçten oluşmakta olup ikinci sürecinin, yapılan ispatın başkalarının zihninde anlamlandırma çabasını içerdiği söylenebilir. Bu bağlamda matematik eğitimi araştırma topluluğu tarafından okul matematiğinde ispatın, bir matematik probleminin çözümünün neden doğru olduğunu kendisine ve başkalarına açıklama yeteneği gibi çok önemli bir işlevinin olduğu belirtilmektedir (Küchemann & Hoyles, 2006). Buradan hareketle, bir matematikçinin ispatında gerekçelendirme ne kadar önemliyse bir öğrencinin bir problem için yaptığı çözümün doğruluğunun ispatı o kadar önemlidir denilebilir.

Matematik, bireyin öne sürdüğü iddialarını ispatlamada kendisini ve başkalarını ikna eden kişisel otoritesinin ve akıl yürütme yeteneğinin gelişmesinde öncü bir rol oynamaktadır (Mason, 2001). Akıl yürütme, Lithner'a (2000) göre iddialar üretmek ve sonuçlara ulaşmak için benimsenen düşünme biçimi iken Hanna'ya (2020) göre tündengelimli veya farklı çıkarımlar yapma yeteneğidir. Ayrıca Hanna (2020), Fischbein'in (1999)

de belirttiği gibi matematiksel akıl yürütmeyi günlük akıl yürütmeden ayırarak bu durumu şu şekilde açıklamaktadır: Günlük akıl yürütmede, herhangi bir ispat türü olmaksızın bir ifadenin apaçık veya sezgisel olarak makul olduğuna karar verilebilir. Fakat herhangi bir üçgende iç açılarının toplamının her zaman 180° olduğu sezgisel olarak açık değildir. Bu nedenle bu gibi durumlarda, geçerli bir sonuca varmak için tanımlanmış akıl yürütme kurallarına ihtiyaç vardır. Dolayısıyla matematiksel bir ispat yapabilmek için doğru bir çıkarım zinciri oluşturulması gereklidir. Bunun için de tüm matematik eğitimcileri öğrencilere akıl yürütme kurallarını öğretmeyi amaçlamalıdır (Hanna, 2020). Bu düşünceden hareketle, bireyin matematiksel akıl yürütmeler yapabilmesi, ispat yapabilmesinin ön koşuludur denilebilir.

Mason (2001), çocukların genellikle deneyimlerinin ötesinde olan konularda, yetişkinler tarafından yapılan iddialarla çevrili olduğunu, bu nedenle de ilk otoritelerinin yetişkinler olduğunu belirtmektedir. Çocukların matematik öğrenmeye başladıktan sonra dış otoriteden kendi muhakeme otoritelerine geçtiklerini vurgulamaktadır. Bu kapsamda çocukların, matematiği anlayabilmeleri için akıl yürütme becerisi geliştirmeleri gerekmektedir ki ileride geçmiş deneyimleri kendilerine yol gösterebilsin diyebiliriz. Tall (2014) da duyguların matematiksel düşünmede hayati bir rol oynadığını ve bireylerin matematiksel ispatı anlamlandırmalarında önemli bir etkisinin olduğunu ifade etmektedir. Tall'a (2014) göre çocuklar dünyayı anlama hedefiyle yola çıkmaktadırlar, fikirleri tutarlı bir şekilde birbirine bağlamaktan zevk alırlar ve sonucunda başarılı olurlar. Elde edilen başarı daha fazla başarıyı doğurur. Bu durum ise çocukta olumlu bir geri bildirim döngüsü oluşturur. Aksi durumda ise başarı eksikliği, stres duygusuna yol açar. Baroody ve Costlick'a (1998) göre stresle karşılaşma, çocukta matematikle daha az meşgul olmaya ve daha fazla matematiksel kaygıya neden olarak olumsuz bir geri bildirim döngüsü meydana getirir. Olumsuz geri bildirimler sonucunda öğrenciler, sınavlarda başarılı olmak için kavramsal anlama yerine ezbere öğrenme prosedürlerinin rahatlığını tercih edebilirler. Bu bağlamda öğrencilerin akıl yürütme yoluyla ispat yapmasını engelleyen durumun, geçmiş öğrenmelerinde yaşadıkları deneyimler olduğunu söyleyebiliriz.

Yapılan araştırmalar, öğrencilerin matematiksel akıl yürütmelerinin geliştirilmesinin ve matematiksel ispatı öğretmenin, birçok müfredatın hedefi ve matematik eğitimi araştırma topluluğu kültürünün temel bir unsuru olduğunu ifade etmektedir (Balacheff, 1991; Hanna, 2020; Jeannotte & Kieran, 2017). NCTM (2000) de öğrencilerde ispat yapma becerilerinin gelişimi için matematiksel doğruluğu olan fikirlerin üretilebilmesini, bu fikirler paylaşıldığında gelebilecek eleştirilere karşı anlayış geliştirilebilmesini, bunların en yalın ve açıklayıcı nitelikte sunulabilmesini, tüm bunların sonucunda da daha kapsamlı matematiksel teoriler oluşturulabilmesini öne sürmektedir. Buradan çok açıktır ki ispat yapma becerisinin geliştirilmesi, yeni yöntemler sunmaya ve bunların değerini göstermeye, yeni hipotezlere ilham vermeye ve matematiğin farklı bölümleri arasındaki bağlantıları göstermeye hizmet edebilir (Hanna, 2020). Balacheff (1991) matematiksel ispatı öğretmenin, tündengelimli bir akıl yürütmenin nasıl formüle edileceğini öğretmek olduğunu belirtmektedir. Çoğu matematik müfredatı akıl yürütme ve ispat kavramlarını, matematiğin temel yönleri olarak görür ve onlardan "akıl yürütme ve ispat" olarak adlandırılan tek bir varlık olarak bahseder (Hanna, 2020). Dolayısıyla matematiğin kalbi ve özü şeklinde en önemli parçası olarak görülen ispat kavramının (Rav, 1999; Ross, 1998) ve bu kavramın öğrencilerde anlamlı hale gelmesini sağlayacak matematiksel akıl yürütme becerisinin, matematik eğitiminde de önemli bir yer tutması gerektiği düşünülmektedir.

Okullarda öğrenciler ispatı; önceden bilinen sonuçların doğrulanması, öğretmen tarafından yapılması gereken resmi ve çoğu zaman anlamsız bir alıştırma ve kişisel bir anlamı veya açıklayıcı gücü olmayan bir durum olarak görmektedirler (Alibert, 1988; Knuth, 2002; Schoenfeld, 1994). Bu durumun bir sebebi olarak Harel ve Sowder'ın (1998) açıkladıkları gibi öğretim sürecinde öğrencilerin ikna edilmesinde kullanılan ispat yöntemlerinin ve kurallarının anlaşılmasında yaşanan zorluklar gösterilebilir. Stylianides (2008, 2009), okul matematiğinde ispat yapmanın, genellikle diğer matematiksel etkinliklerden izole edilmiş bir süreç olarak ele alındığını fakat ispatın bu şekilde ele alınmasının uygun olmadığını ifade etmekte ve açıklamaktadır: Öğrencilere profesyonel matematikçilerin, matematiksel bilgiyi anlamlandırma ve oluşturma süreçleriyle aynı nitelikte bir kavramsal yapılandırmanın sağlanması gerekmektedir. Öğrencilerden beklenen matematiksel bilgiyi anlamlandırma ve oluşturma sürecinin temel bir parçası olan "örüntüleri belirleme", "varsayımlar yapma", "ispatlanamayan argümanlar sağlama" ve "ispat yapma" şeklindeki tüm ana etkinliklerde,

yeterliklerini geliştirmelerine ve aralarındaki ilişkileri anlamalarına yardımcı olunması önemlidir. İspat ve çürütme, öğrencilere matematiksel bilginin kendi disiplini içinde nasıl yaratıldığını gösteren otantik bir süreci deneyimleme fırsatı sunabilmeleri açısından okul matematiğinde değerlidir (Lampert, 1990).

Harel ve Sowder'a (2007) göre ispat, anaokulundan başlayarak matematiğin tarihsel gelişimi boyunca tüm matematik müfredatına nüfuz edebilen bir aktivitedir. NCTM (2000) de matematik eğitiminin; okul öncesi dönemden lise son sınıfa kadar tüm sınıf seviyelerindeki öğrencilere, "akıl yürütme ve ispat kavramlarını matematiğin en temel yapısı şeklinde bilmesini, matematiksel varsayımlar yapmasını, matematiksel argümanlar ve ispatlar geliştirip değerlendirmesini" sağlamasını önermektedir. Günümüze yaklaşıldığında Komatsu (2016) tarafından ispatlamanın, temel bir matematiksel aktivite olduğu, gerekçelendirme ve ispatlamanın tüm okul seviyelerinde matematiksel öğrenmenin merkezinde olması gerektiğinin yavaş yavaş kabul edildiği bildirilmiştir. Dolayısıyla okul matematiğinde, temel eğitimden başlanarak ortaöğretimin sonuna kadar öğrencilerin gelişim sürecinde, ispatı bir kurallar dizini olarak değil, kendi matematiksel çıkarımlarını yapabileceği, farklı ispat yöntemlerini kullanabileceği, araştırma yaparak matematiksel argümanlar üretebileceği bir süreç olarak ele almak gerekir denilebilir.

Manin'e (1992) göre aksiyomlar, tanımlar ve teoremler bir matematik manzarasında, yerel cazibe merkezleri ve kavşaklar olup ispatlar ise yolların kendisi, patikalar ve otoyollar olarak görülebilir. Bu nedenle her güzergâhın kendine özgü bir güzelliği olabileceğinden bir A noktasından bir B noktasına doğrudan gitmek yerine farklı yollardan o manzarayı seyretmek bize daha fazla şey katabilir. Dolayısıyla kendi gezi rotalarını çizebilmeleri için öğrencilerin kendi akıl yürütmelerini yapabilmeleri gerektiği söylenebilir. Buna yönelik olarak Hanna (2000) öğrencilere, açık bir şekilde bir sonuca ulaşıp ulaşılamadığını söyleyebilmeleri için tündengelimli akıl yürütmenin doğası ve standartlarının öğretilmesini önermektedir. Benzer şekilde Weber ve Alcock (2004), ispatların genellikle sözdizimsel biçimde sunulmasına rağmen, uzmanların bir ispat oluştururken anlamsal akıl yürütmeyi kullanma eğiliminde oldukları sonucuna varmışlardır. NCTM (2000) de öğrencilerin sınıfta düşüncelerini açıklamaları, gerekçelendirmeleri, yanlışları nasıl tespit edeceklerini ve başkalarının düşüncelerini nasıl eleştireceklerini öğrenmeleri gerektiğini vurgulamaktadır. Ülkemizde de matematik dersi öğretim programının özel amaçlarından biri, öğrencilerin düşünce ve akıl yürütmelerini rahatça açıklayıp başkalarının bu konudaki eksik ya da boşluklarını görebilecek nitelikte olmasıdır (MEB, 2018a). Bu bağlamda öğretim programımızda da tıpkı uzmanlar gibi öğrencilerin de ispat oluştururken matematiksel akıl yürütmeyi kullanabilecekleri bir matematik öğretiminden söz edilmektedir diyebiliriz.

Matematik Öğretiminde Ders Kitaplarının Yeri

Matematik öğretiminde en önemli kaynak ders kitaplarıdır. Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS) 2007'ye göre uluslararası düzeyde dördüncü sınıf öğretmenlerinin %65'i ve sekizinci sınıf öğretmenlerinin %60'ı matematik derslerinde temel kaynak olarak ders kitaplarını kullanmaktadır (Askew ve diğerleri, 2010). Matematik öğretimi ve öğrenimi için destekleyici materyaller olarak matematik ders kitapları, eski çağlardan beri var olmuştur (Fan ve diğerleri, 2013). Yazılmış en başarılı matematik ders kitabı, Öklid'in Elementler (Stoichia) isimli eseri olup (Merzbach & Boyer, 2011), günümüzde de okul ders kitapları, çocukların okullaşmasında öğretme ve öğrenme araçları olarak önemini korumaktadır (Fan, 2013).

Johansson (2003) da birçok ülkede öğretmenlerin, öğrenme ortamlarını organize etmelerine yardımcı olmak için tasarlanan ders kitaplarının, matematik öğretiminin en önemli bileşeni olduğunu belirterek eklemektedir: Ders kitapları okul matematiğinin ne olduğunu belirlediği gibi, öğretmenler ve öğrenciler için de matematiğin ne olduğunu da tanımlar. Dolayısıyla ders kitapları, öğretmenlere ve öğrencilere sadık, doğru bir matematik görüntüsü sunduklarından, matematik eğitiminde bir odak noktasıdır (Rezat & Sträßer, 2015). Bu bağlamda öğretmenlere müfredatın işlenmesi için destek, öğrencilere ise öğrenmelerinde yardımcı kaynak olmaları bakımından ders kitaplarının içeriklerinin önemli olduğu söylenebilir.

Müfredat; içeriğin, öğretimin, amaçların, değerlendirmenin ve malzemelerin bir karışımıdır (Kilpatrick, 1996). Bu karışımın içindeki tüm etmenlerin birbiriyle uyumlu olması gerektiği düşünülmektedir. Remillard ve Heck (2014) matematik dersi müfredatını öğrencilerin, belirli matematik hedeflerine ulaşmalarına yardımcı olmak için tasarlanmış, karşılaşılabilecekleri ve karşılaştıkları deneyimler için bir plan şeklinde

tanımlamaktadırlar. Bu kapsamda öğrencilerin temel kaynakları olan ders kitapları içeriklerinin, ortaokul matematik öğretim programının (MEB, 2018a) alana özgü amaçlarıyla örtüşmesi gerektiği söylenebilir. Bu çalışmada dikkat edilen hususlardan biri de ders kitaplarının içeriğinin, ortaokul matematik dersi müfredatında belirtilen matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik amaçlarla örtüşüp örtüşmediğidir.

Matematik Ders Kitaplarındaki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat

NCTM (2000), anaokulundan başlayarak lise son sınıfa kadarki eğitim programlarının, matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında tüm öğrencilere; i) matematiksel akıl yürütmeyi ve ispatı matematiğin temel yönleri şeklinde kabul etme, ii) matematiğe yönelik varsayımlar yaparak araştırma, iii) matematiğe yönelik argümanlar ile ispatlar geliştirip değerlendirme, iv) çeşitli akıl yürütme ve ispat yöntemlerini seçerek kullanma fırsatlarını sunması gerektiğini belirtmektedir. Bu standartlara göre hazırlanan ders kitapları, merak uyandırması ve anlamlı görevlere kolay bir şekilde erişme imkânı sunması nedeniyle öğretmenlerin öğretimlerini güçlü bir şekilde etkilemektedir (Van De Walle ve diğerleri, 2012). Stacey ve Vincent (2009) da ders kitabında yer alan verilerin ve kesinlik bildiren ifadelerin doğasının, akıl yürütmenin matematiksel geçerliğini belirleyeceğini bildirmektedirler. Dolayısıyla öğrencilerin ispat olarak kabul edebilecekleri içerik ve problem çözümlerinin temel kaynakları olan ders kitaplarında yeterli ve doğru şekilde sunulması gerektiği düşünülmektedir.

Nordström ve Löfwall (2005), matematik ders kitaplarında akıl yürütme ve ispatın, öğrencilerin anlayabileceği ve kullanabileceği şeffaflıkta sunulması gerektiğini ifade etmektedirler. Bu bağlamda tüm öğrencilerin ulaşım imkânı olan ortaokul matematik ders kitaplarında, akıl yürütme ve ispata açık bir şekilde yer verilmesi gerektiği söylenebilir. Thompson ve diğerleri (2012), ders kitaplarında akıl yürütme ve ispat yapma fırsatları sunulmadığında, bu fırsatların öğrenme ortamlarına taşınmasının olası olmadığını belirtmektedirler. Dolayısıyla matematik öğretme ve öğrenmeyi etkileyen etmenlerden biri olan ders kitaplarındaki akıl yürütme ve ispat yapma fırsatlarını analiz etmek, öğrencilerin akıl yürütme ve ispatlamayı öğrenme fırsatlarını anlamak için ilk önemli adımdır (Hong & Choi, 2018). Alan yazın incelendiğinde akıl yürütme ve ispatın, erken çocukluk döneminden başlayarak öğrenme-öğretme süreçlerinin tamamında yer alması gerektiğine vurgu yapılmaktadır (Harel & Sowder, 2007; NCTM, 2000). Ülkemizde yapılan çalışmalara (Doğan, 2019; Karakuş & Korkutan, 2021) bakıldığında ise sadece yedinci ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarının incelendiği belirlenmiştir. Oysaki ortaokulun temellerinin atıldığı beşinci ve altıncı sınıf düzeylerinde, öğrencilerin akıl yürütme ve ispat becerisi geliştirmelerinin, hem yedinci ve sekizinci sınıftaki daha soyut matematik konularını kavramsal öğrenmelerini sağlayacağı hem de sekizinci sınıf sonunda girecekleri Liseye Giriş Sisteminde (LGS) başarıyı artıracığı düşünülmektedir.

Bu kapsamda bu çalışmada ortaokul beşinci ve altıncı sınıf matematik ders kitaplarının, akıl yürütme ve ispat bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Bu doğrultuda aşağıda bulunan problemlere cevap aranmıştır: Beşinci ve altıncı sınıf matematik ders kitaplarındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin;

1. öğrenme alanlarına göre dağılımı nasıldır?
2. amaçlarının dağılımı nasıldır?
3. olası argüman türlerinin dağılımı nasıldır?

Yöntem

Bu araştırma, nitel tasarımda olup yazılı materyal olan ders kitapları incelendiğinden bir doküman analizi çalışmasıdır. Doküman analizinde, araştırılan olgu/olgulara ilişkin bilgi içeren yazılı materyaller analiz edilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2008). İçerik analizinde, açık uçlu bilgileri düzenlemek için tümevarımsal olarak kategorik bir sistem oluşturulduğundan (Fraenkel ve diğerleri, 2012) ders kitaplarında bulunan matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin analizinde, içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırma, İstanbul Aydın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulunun 24/11/2022 tarihli 2022-10 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Dokümanlar

Bu araştırmada doküman olarak ortaokul beşinci ve altıncı sınıf öğrencileri için MEB (2018b; 2018c) tarafından hazırlanan, 2021-2022 eğitim-öğretim yılında Eğitim Bilişim Ağı'nda (EBA) elektronik olarak sunulan matematik ders kitapları kullanılmıştır. Beşinci (MEB-5) ve altıncı (MEB-6) sınıf düzeylerinde birer kitap incelenmiştir. Araştırma kapsamında incelenen kitaplara ilişkin bilgiler aşağıda Tablo 1'de yer almaktadır.

Tablo 1. Araştırma Kapsamında İncelenen Matematik Ders Kitaplarına İlişkin Bilgiler

Sınıf	Yayınevi	Doküman Açıklaması
5. sınıf	MEB	Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulunun 28.05.2018 gün ve 78 sayılı kararı ile ders kitabı olarak kabul edilmiştir.
6. sınıf	MEB	Millî Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulunun 28.05.2018 gün ve 78 sayılı kararı ile ders kitabı olarak kabul edilmiştir.

MEB-5 ve MEB-6'nın seçilme nedeni Türkiye'de yaygın şekilde ortaokullarda zorunlu ders kitabı olarak kullanılıyor olmalarıdır. Kitapların tanım şemalarında içerikleri detaylı bir şekilde açıklanmıştır. Kitapların tanım şemalarının içerikleri aşağıda Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. MEB-5 ve MEB-6'nın Tanım Şemaları

Kitap	Etkinlik	Etkinlik İçeriği
MEB-5	Hazır mıyız?	Hazır bulunuşluk seviyesini belirleme.
	Hatırlayalım	Önceki öğrenmeleri hatırlama.
	Oyun Zamanı	Kazanımları pekiştirme oyunları.
	Bunu Deneyelim	Bireysel etkinlikler ve grup etkinlikleri.
	Birlikte Yapalım	Çözümlü soru ve problemler.
	Konuşma Balonları	İpuçları ve ek bilgiler.
	Soru İşareti	Öğrencilere yöneltilen sorular.
	Bilgi Kutusu	Önemli bilgi özetleri.
	Araştırınız-Düşününüz	Araştırma ve düşünme soruları.
MEB-6	Sıra Sizde	Pekiştirme soruları.
	Ünite Değerlendirme	Üniteyi genel olarak tarayan farklı türde sorular.
	Geçmiş Yolculuk	Hazır bulunuşluğu ölçme.
	Düşünelim	Günlük hayatla ilgili bilgi ve sorular.
	Yap-Yaş-Öğren	Sınıf içi etkinlikler.
	Meraklısına	İlginç bilgiler ve farklı sorular.
	Fark ettiniz mi?	Problemlerdeki önemli noktalar ve günlük hayattaki durumların matematikle ilişkisi.
	Bilgi Hazinesi	Matematiksel kavram, tanım ve açıklamalar.
	Örnek	Çözümlü soru ve problemler.
	Oyun Zamanı	Matematiksel becerileri geliştirecek oyunlar.
	Alıştırmalar	Soru ve problemler.
	Çalışma Sayfası	Kısa cevaplı sorular.
	Ünite Değerlendirme	Ünite geneli için pekiştirme soruları.
	Birlikte Yapalım	Günlük hayatla ilgili bilgi, problem ve çözümler.
	Sıra Sizde	Çözümleri öğrencilerden istenen sorular.

Ortaokul Beşinci Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı; Sayılar ve İşlemler, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme şeklinde üç, Ortaokul Altıncı Sınıf Matematik Dersi Öğretim Programı; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme şeklinde dört öğrenme alanından oluşmaktadır (MEB, 2018a). MEB-5; Sayılar ve İşlemler, Geometri ve Ölçme, Veri İşleme ve MEB-6; Sayılar ve İşlemler, Cebir, Geometri ve Ölçme öğrenme alanlarını içeren altı üniteden oluşmaktadır.

Veri Analizi

Bu araştırmanın amacı, ortaokul beşinci ve altıncı sınıf matematik ders kitaplarının, akıl yürütme ve ispat bağlamında incelenmesi olduğundan her iki kitap da sayfa sayfa analiz edilmiştir. Kitaplarda yer alan tüm etkinlikler kodlanmıştır. Sonuçta ispat öğretimine ve öğrenimine destek olacağı düşünülen MEB-5'te 210 ve MEB-6'da 137 adet matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliği olduğu belirlenmiştir.

Analitik Çerçeve ve Verilerin Kodlanması

Bu araştırmanın analitik çerçevesi hazırlanırken alan yazındaki çalışmalar (Bieda ve diğerleri, 2014; Doğan, 2019; Stylianides, 2009; Thompson ve diğerleri, 2012; Zhang & Qi, 2019) ve incelenen ders kitaplarındaki etkinlikler dikkate alınmıştır. MEB-5 ve MEB-6’da benzer içeriklere sahip olan etkinlikler ortak isimlerle Etkinlik Türü olarak isimlendirilmiştir. Bu kapsamda Hazır mıyız?, Hatırlayalım, Geçmişe Yolculuk ve Düşünelim içerikleri *Giriş Etkinliği*; Sıra Sizde, Oyun Zamanı, Bunu Deneyelim ve Yap-Yaşa-Öğren içerikleri *Uygulamalı Etkinlikler*; Birlikte Yapalım ve Örnek içerikleri *Soru-Cevap Etkinlikleri*; Konuşma Balonları, Bilgi Kutusu, Bilgi Hazinesi ve Fark ettiniz mi? içerikleri *Bilgi*; Soru İşareti, Araştırınız-Düşününüz ve Meraklısına içerikleri *Sorgulama Etkinlikleri*; Alıştırmalar ve Çalışma Sayfası içerikleri *Alıştırma*; Ünite Değerlendirme içeriği ise *Değerlendirme* şeklinde kodlanmıştır. Literatürdeki çalışmaların (Bieda ve diğerleri, 2014; Doğan, 2019; Stylianides, 2009; Thompson ve diğerleri, 2012; Zhang & Qi, 2019) kitaplarda yer alan matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliğinin amacı ile ortaya çıkan argüman türüne ilişkin analitik çerçeveleri Tablo 3’te yer almaktadır.

Tablo 3. Alan Yazındaki Çalışmaların Analitik Çerçeveleri

KATEGORİLER		
Yazarlar	Kitaplarda Yer Alan Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliğinin Amacı	Ortaya Çıkan Argüman Türleri
Stylianides (2009)	1. Bir model tanımlama i) Mantıklı model ii) Kesin model iii) Öncü varsayım iv) Öncü olmayan varsayım 2. Bir varsayımda bulunma i) Varsayım ii) Öncü kanıt iii) Öncü olmayan kanıt	1. Kanıt sağlama: Genelleyici Örnek, Gösterim, Açıklama, Doğrulama, Tahrif, Yeni Bilgi Üretimi 2. Kanıtsız argüman sağlama: Ampirik argüman, Gerekçe
Thompson ve diğ. (2012)	1. Bir varsayımda bulunma veya araştırma i) Bir varsayımda bulunma ii) Bir varsayımı araştırma 2. Bir argüman geliştirme veya değerlendirme i) Bir argüman geliştirme ii) Bir argümanı değerlendirme 3. Kanıtla ilgili diğer akıl yürütme i) Karşı örnek ii) Bir hatayı düzeltme veya tanımlama iii) İspat ilkeleri	Genel, Spesifik, Öğrenciye bırakılır, Gerekçe yok
Bieda ve diğ. (2014)	1. İddia etme 2. İddiaları gerekçelendirme 3. İddia etme ve iddiaları gerekçelendirme 4. Gerekçeleri değerlendirme	1. Kanıt tipi argüman: Gösterim, Genelleyici Örnek 2. Kanıtsız argüman: Ampirik, Gerekçe
Doğan (2019)	1. Varsayımda bulunma veya araştırma i) Varsayımda bulunma ii) Varsayımı araştırma 2. Argüman oluşturma veya değerlendirme i) Argüman oluşturma ii) Argümanı değerlendirme	İspat, Genelleyici örnek, Mantıkla oluşturulan argümanlar, Örnek tabanlı argüman
Zhang ve Qi (2019)	1. Kanıtsız argüman sağlama 2. Bir argümanın değerlendirme 3. Bir varsayımda bulunma 4. Kanıt sağlama	Genelleştirme, Tahmin etme, Genelleyici örnek, Gösterim, Karşı örnek, Ampirik argüman, Gerekçe

Tablo 3’te yer alan çalışmaların analitik çerçeveleri temele alınarak ülkemizde ortaokullarda kullanılmakta olan MEB-5 ve MEB-6’nın matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında incelenmesine yönelik analitik bir çerçeve, Tablo 4’teki gibi oluşturulmuştur.

Tablo 4. MEB-5 ile MEB-6'nın İncelenmesi İçin Oluşturulan Analitik Çerçeve

	KATEGORİLER		
	Etkinlik Türü	Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliğinin Amacı	Ortaya Çıkan Argüman Türü
KODLAR	Giriş Etkinliği(G)	Varsayımda Bulunma/Araştırma	Genelleme
	Uygulamalı Etkinlikler(U)	i) Varsayımda Bulunma	Mantıkla Oluşturulan Argümanlar
	Soru-Cevap Etkinlikleri(S-C)	ii) Varsayımı Araştırma	Tahmin Etme
	Bilgi(B)	Argüman Geliştirme/Değerlendirme	Gösterim
	Sorgulama Etkinlikleri(S)	i) Argüman Geliştirme	İspat
	Alıştırma(A)	ii) Argümanı Değerlendirme	
	Değerlendirme(D)		

Tablo 4 incelendiğinde, matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliğinin amacı kategorisinde varsayımda bulunma ve araştırma başlığı altında sunulan varsayımda bulunma; etkinlik, öğrencilerden, genel bir durum (örneğin, bir dizinin n. terimi hakkında) veya belirli bir durum (örneğin, bir dizinin 100. terimi hakkında) hakkında bir varsayım oluşturmak için bir kalıp kullanmalarını istemelidir. Varsayımı araştırma; etkinlik, bir varsayım veya iddia belirtip öğrencilerden doğru mu yanlış mı olduğunu belirlemesini ve bir gerekçe sunmasını istemelidir. Örneğin; $35 \times 42 = 127$ 'nin doğru mu yanlış mı olduğunu belirtiniz. Yanlış ise nedenini açıklayınız. Argüman oluşturma/değerlendirme başlığı altında sunulan argüman oluşturma; etkinlikte öğrencilerden genel veya belirli bir durum hakkında bir ifadenin kanıtını yazmasını istemelidir. Örneğin; Aşağıdaki örüntüyü kullanarak neden $3^0=1$ olduğunu gösteren ikna edici bir argüman yazın. $3^5=243$, $3^4=81$, $3^3=27$, $3^2=9$,... Argümanı değerlendirme; etkinlik, öğrencilerden ders kitabında belirtilen bir argümanın geçerli olup olmadığını belirlemesini istemelidir. Örneğin; "Bir n tamsayısı 6'ya bölünebiliyorsa; $2n$, 4 'e bölünebilir. 2×6144 , 4 'e bölünebilir. 6144 , 6 ile bölünebilir." şeklindeki argümanın geçerli mi yoksa geçersiz mi olduğuna karar verin. Cevabınızı gerekçelendirin (Thompson ve diğerleri, 2012).

Ortaya çıkan argüman türü kategorisi ise literatürdeki çalışmalar (Doğan, 2019; Stylianides, 2009; Zhang & Qi, 2019) temelinde MEB-5 ve MEB-6'da yer alan etkinliklere göre belirlenmiştir. Bu kapsamda genelleme; bir örüntünün genel terimini bulma, sınırlı olmayan adımlar için çözüm yapma durumları, mantıkla oluşturulan argümanlar; bir fikir öne sürme beklenildiğinde (neden, nasıl sorusuna cevap verme), tahmin etme; matematiksel bir durumun sonucunu akıl yürüterek bulma, gösterim; bir tabloyu grafiğe çevirme, bir işlemi modelleme gibi durumlar, ispat; doğruluğunu gösterme istendiğinde.

Veriler kodlanırken ilk olarak Tablo 2'de yer alan MEB-5 ve MEB-6'nın tanım şemalarına göre etkinliklerin türleri belirlenmiştir. Buna göre MEB-5'te 1007 ve MEB-6'da 1044 adet içerik, etkinlik türüne göre kodlanmıştır. Sonrasında tüm içerik; matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliğinin amacı ve ortaya çıkan argüman türü kategorilerine göre tek tek incelenmiştir. Ayrıca içerikte matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliği olmayan içerikler de belirlenmiştir.

Güvenirlilik

Güvenirliğin sağlanması amacıyla her iki araştırmacı tarafından veriler ayrı ayrı zaman ve ortamlarda incelenmiştir. Sonrasında bulunan sonuçlarla güvenilirlik, Miles ve Huberman (1994) tarafından açıklanan (Güvenirlilik=ortak görüş/ortak görüş + farklı görüş x 100) formülü ile elde edilmiştir. Sonuçta, MEB-5 ve MEB-6'daki içeriklerin matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik etkinlikler için araştırmacılar arası uzlaşma oranı sırasıyla %93 ve %96 şeklinde belirlenmiştir.

Bulgular

Beşinci ve altıncı sınıf matematik ders kitabındaki etkinliklerin matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında incelendiği bu araştırmada elde edilen bulgular, sırasıyla ders kitabındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin öğrenme alanlarına, amaçlarına ve olası argüman türlerine göre sunulmuştur. Bu kapsamda MEB-5 ve MEB-6'daki matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin öğrenme alanlarına göre dağılımları sırasıyla Tablo 5 ve Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 5. MEB-5'teki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliklerinin Öğrenme Alanlarına göre Dağılımları

Ö.A. \ E.T.	G	U	B	S-C	S	D	Toplam
Sayılar ve İşlemler	16(46)	48(177)	0(98)	0(148)	31(87)	2*(31)**	97(587) %17
Geometri ve Ölçme	14(26)	40(96)	0(43)	0(59)	30(45)	1(18)	85(287) %30
Veri İşleme	6(21)	12(40)	0(16)	0(27)	10(21)	0(8)	28(133) %21
Toplam	36(93) %39	100(313) %32	0(157) %0	0(234) %0	71(153) %46	3(57) %5	210(1007) %21

*Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik etkinlik sayısı **Toplam etkinlik sayısı (E.T.: Etkinlik Türü, Ö.A.: Öğrenme Alanı)

Tablo 5'e göre MEB-5'te altı etkinlik türünde toplamda 1007 etkinliğin 210'unun (%21) matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olduğu saptanmıştır. 210 etkinliğin 97'sinin (%46,19) Sayılar ve İşlemler, 85'inin (%40,48) Geometri ve Ölçme ve 28'inin (%13,33) Veri İşleme öğrenme alanında olduğu belirlenmiştir.

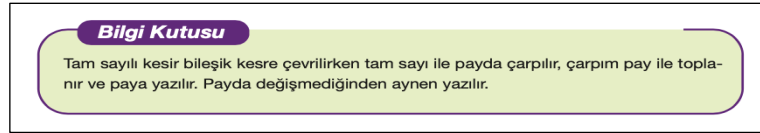
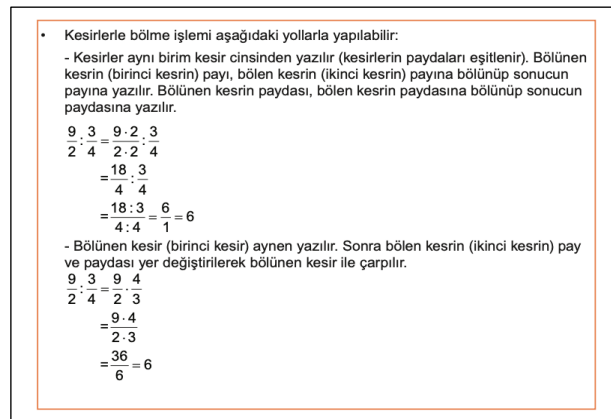
Tablo 6. MEB-6'daki Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliklerinin Öğrenme Alanlarına göre Dağılımları

Ö.A. \ E.T.	G	U	B	S-C	S	A	D	Toplam
Sayılar ve İşlemler	19(48)	21(63)	0(84)	0(122)	2(8)	42(312)	0*(31)**	84(668) %13
Geometri ve Ölçme	13(34)	20(39)	0(45)	0(57)	0(1)	5(80)	0(22)	38(278) %14
Cebir	3(6)	5(13)	0(19)	0(15)	0(5)	6(31)	1(9)	15(98) %15
Toplam	35(88) %40	46(115) %40	0(148) %0	0(194) %0	2(14) %14	53(423) %13	1(62) %2	137(1044) %13

*Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik etkinlik sayısı **Toplam etkinlik sayısı (E.T.: Etkinlik Türü, Ö.A.: Öğrenme Alanı)

Tablo 6'ya göre MEB-6'da yedi etkinlik türünde toplamda 1044 etkinliğin 137'sinin (%13) matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olduğu saptanmıştır. 137 etkinliğin 84'ünün (%61,31) Sayılar ve İşlemler, 38'inin (%27,74) Geometri ve Ölçme ve 15'inin (%10,95) Cebir öğrenme alanında olduğu belirlenmiştir.

Soru-cevap etkinlikleri çözümlü olduklarından araştırmaya yalnızca toplam etkinlik sayısını belirlemek amacıyla dâhil edilmiştir. MEB-5'teki 157 adet ve MEB-6'daki 148 adet bilgi etkinliğinin ise matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olmadığı görülmüştür. Bilgi etkinliklerine ilişkin birer örnek, MEB-5 ve MEB-6'dan alıntı yapılarak Şekil 1 ve Şekil 2'de yer almaktadır.

**Şekil 1.** MEB-5 bilgi etkinliği örneği (s. 92)**Şekil 2.** MEB-6 bilgi etkinliği örneği (s. 137)

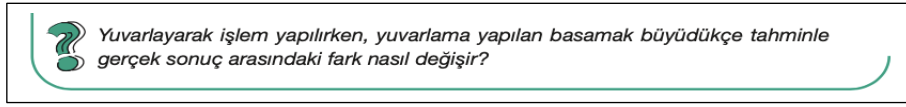
İkinci olarak MEB-5 ve MEB-6'daki etkinlikler, matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik amaçlarına göre incelenmiş sırasıyla Tablo 7 ve Tablo 8'de sunulmuştur.

Tablo 7. MEB-5'teki Etkinliklerin Amaçlarına Göre Dağılımları

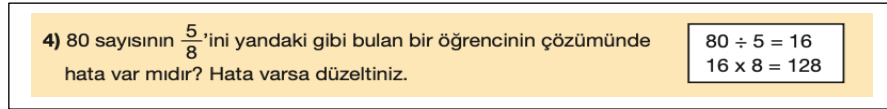
E. A.	E.T.	G	U	S	D	Toplam
Varsayımda Bulunma		34	68	50	3	155(%73,81)
Varsayımı Araştırma		0	22	0	0	22(%10,48)
Argüman Oluşturma		2	10	18	0	30(%14,28)
Argümanı Değerlendirme		0	0	3	0	3(%1,43)
Toplam		36(%17,14)	100(%47,62)	71(%33,81)	3(%1,43)	210

(E.T.: Etkinlik Türü, E.A.: Etkinliğin Amacı)

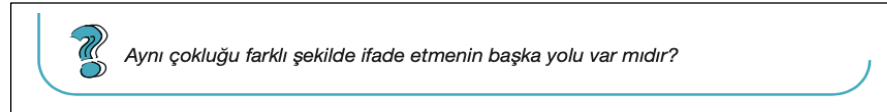
Tablo 7 incelendiğinde, 210 matematiksel akıl yürütme ve ispat amacı olan etkinliklerin 155'inin (%73,81) varsayımda bulunma, 22'sinin (%10,48) varsayımı araştırma, 30'unun argüman oluşturma (%14,28) ve 3'ünün (%1,43) argümanı değerlendirme amacının olduğu görülmüştür. Bilgi etkinlikleri ise matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olmadığından değerlendirmeye dâhil edilmemiştir. Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik her bir amaç için birer örnek MEB-5'ten alıntı yapılarak Şekil 3, Şekil 4, Şekil 5 ve Şekil 6'da sunulmuştur.



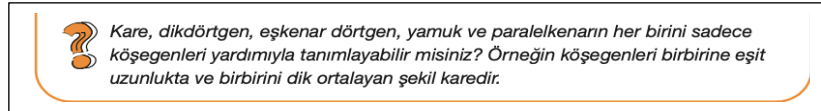
Şekil 3. MEB-5 varsayımda bulunma etkinliği örneği (s. 50)



Şekil 4. Varsayımı araştırma etkinliği örneği (s. 110)



Şekil 5. MEB-5 argüman oluşturma etkinliği örneği (s. 168)



Şekil 6. MEB-5 Argümanı Değerlendirme Etkinliği Örneği (s. 237)

Tablo 8. MEB-6'daki Etkinliklerin Amaçlarına göre Dağılımları

E.A.	E.T.	G	U	S	A	D	Toplam
Varsayımda Bulunma		34	41	1	49	1	126(%91,97)
Varsayımı Araştırma		0	0	0	1	0	1(%0,73)
Argüman Oluşturma		1	5	1	3	0	10(%7,30)
Argümanı Değerlendirme		0	0	0	0	0	0(%0)
Toplam		35(%25,55)	46 (%33,58)	2 (%1,46)	53 (%38,68)	1 (%0,73)	137

(E.T.: Etkinlik Türü, E.A.: Etkinliğin Amacı)

Tablo 8'e göre 137 matematiksel akıl yürütme ve ispat amacı olan etkinliklerin 126'sının (%91,97) varsayımda bulunma, 1'inin (%0,73) varsayımı araştırma, 10'unun argüman oluşturma (%7,30) amacının olduğu görülmüştür. Ayrıca argümanı değerlendirme amacı olan herhangi bir etkinlik belirlenmemiştir. Bilgi etkinlikleri ise matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olmadığından değerlendirmeye dâhil edilmemiştir. Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik her bir amaç için birer örnek MEB-6'dan alıntı yapılarak Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9'da yer almaktadır.

Daha yeşil bir dünya için harekete geçen bir fabrika, yıllık enerji ihtiyacını daha çevreci yöntemlerle karşılamaya karar verir.

Bu karar sonrası ilk yıl, enerji ihtiyacının $\frac{2}{7}$ 'sini biyoyakıttan, $\frac{1}{5}$ 'ini rüzgâr türbinlerinden karşılar. Fabrikanın o yılki enerji ihtiyacının kaçta kaçını çevreci yöntemlerle sağladığını nasıl bulabiliriz?



Şekil 7. MEB-6 varsayımında bulunma etkinliği örneği (s. 115)

Murat, $36 - 8 \cdot 3 + 1$ işlemini aşağıdaki gibi yapıp sonucu 85 bulmuştur.

$$36 - 8 = 28$$

$$28 \cdot 3 = 84$$

$$84 + 1 = 85$$

Murat'ın hatasını açıklayıp işlemin doğru sonucunu bulunuz.

Şekil 8. MEB-6 varsayımı araştırma etkinliği örneği (s. 28)

Ondalık gösterimi 23,502 olan sayıyı hangi basamaklara yuvarlarsanız sonuçları eşit çıkar? Eşit çıkma sebebini arkadaşlarınızla tartışınız.

Şekil 9. MEB-6 Argüman Oluşturma Etkinliği Örneği (s. 171)

Üçüncü olarak MEB-5 ve MEB-6'daki etkinliklerin, matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olası argüman türlerine göre dağılımları sırasıyla Tablo 9 ve Tablo 10'da bulunmaktadır.

Tablo 9. MEB-5'teki Etkinliklerin Olası Argüman Türüne Göre Dağılımları

A.T.	E.T.	G	U	S	D	Toplam
Genelleme		4	8	4	2	18(%8,57)
Mantıkla Oluşturulan Argümanlar		23	56	48	0	127(%60,48)
Tahmin Etme		3	11	2	1	17(%8,09)
Gösterim		6	24	17	0	47(%22,38)
İspat		0	1	0	0	1(%0,48)
Toplam		36(%17,14)	100(%47,62)	71(%33,81)	3(%1,43)	210

(E.T.: Etkinlik Türü, E.A.: Etkinliğin Amacı)

Tablo 9'a bakıldığında 210 etkinliğin olası argüman türlerinin 18'inin (%8,57) genelleme, 127'sinin (%60,48) mantıkla oluşturulan argümanlar, 17'sinin (%8,09) tahmin etme, 47'sinin (%22,38) gösterim ve 1'inin (%0,48) ispat olduğu saptanmıştır. Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik her bir olası argüman türleri için birer örnek MEB-5'ten alıntı yapılarak Şekil 10, Şekil 11, Şekil 12, Şekil 13 ve Şekil 14'te sunulmuştur.

1) Aşağıda adımları arasındaki farkı sabit olan sayı örüntüleri verilmiştir. Örüntülerin sonraki üç adımını yazınız.

a) 3, 11, 19,,,

b) 15, 24, 33,,,

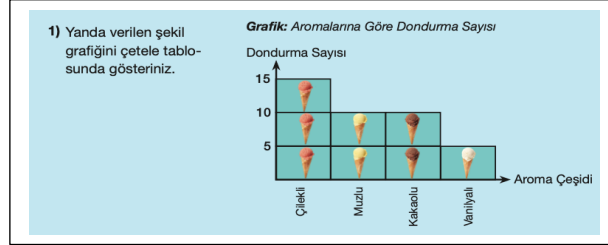
Şekil 10. MEB-5 genelleme etkinliği örneği (s. 28)

11) $7814 + 5278$ işleminin sonucunu Kübra toplananları en yakın binliğe, Ersin en yakın yüzlüğe yuvarlayarak tahmin ediyor. İkisinin bulduğu sonuçları gerçek sonuçla karşılaştırınız. Kimin tahmini gerçek sonuca daha yakındır? Neden?

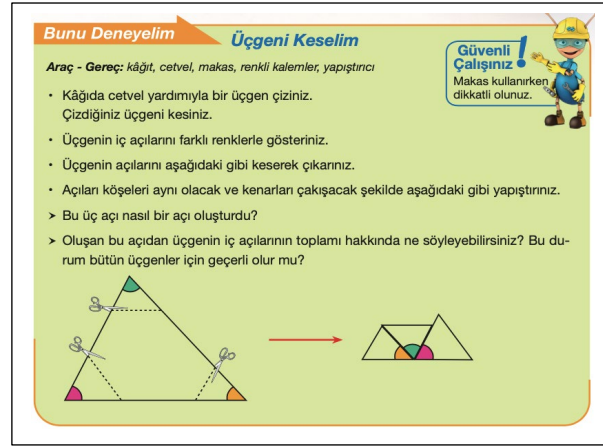
Şekil 11. MEB-5 mantıkla oluşturulan argümanlar etkinliği örneği (s. 38)

- 2) Bir mağazada tanesi 45 TL olan gömleklerden 125 tane satılmıştır. Mağaza bu satıştan yaklaşık kaç TL gelir elde etmiştir? Tahmin ediniz. Bulduğunuz sonucu mağazanın elde ettiği gelir ile karşılaştırınız.

Şekil 12. MEB-5 tahmin etme etkinliği örneği (s. 46)



Şekil 13. MEB-5 gösterim etkinliği örneği (s. 251)



Şekil 14. MEB-5 ispat etkinliği örneği (s. 242)

Tablo 10. MEB-6'daki Etkinliklerin Olası Argüman Türüne Göre Dağılımları

A.T.	Ö.A.	G	U	S	A	D	Toplam
Genelleme		2	11	0	3	0	16(%11,68)
Mantıkla Oluşturulan Argümanlar		29	8	2	9	0	48(%35,03)
Tahmin Etme		1	4	0	18	0	23(%16,79)
Gösterim		3	20	0	23	1	47(%34,31)
İspat		0	3	0	0	0	3 (%2,19)
Toplam		35(%25,55)	46(%33,58)	2(%1,46)	53(%38,68)	1(%0,73)	137

(Ö.A.: Öğrenme Alanı, A.T.: Argüman Türü)

Tablo 10'a göre 137 etkinliğin olası argüman türlerinin 16'sının (%11,68) genelleme, 48'inin (%35,03) mantıkla oluşturulan argümanlar, 23'ünün (%16,79) tahmin etme, 47'sinin (%34,31) gösterim ve 3'ünün (%2,19) ispat olduğu saptanmıştır. Matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik her bir olası argüman türleri için birer örnek MEB-6'dan alıntı yapılarak Şekil 15, Şekil 16, Şekil 17, Şekil 18 ve Şekil 19'da sunulmuştur.

Aşağıda adımları arasındaki farkın sabit olduğu bir örüntü verilmiştir. Bu örüntünün 5. terimini bulunuz.

4,1 5,35 6,6 7,85

Şekil 15. MEB-6 Genelleme Etkinliği Örneği (s. 188)



Bir sahil köyünde, yılın kadın girişimcilerinin tanıttığı bir program yapılır. Köyde yaşayanların $\frac{3}{5}$ 'ü kadındır.

Bu tanıtımdan etkilenen köy kadınlarının $\frac{1}{20}$ 'i devlet desteğine başvurur ve el sanatları, organik bal gibi yöresel ürünlerin yer aldığı iş yerlerini açarlar. Devlet desteği ile kendi işlerini kuran kadınların sayısının tüm köyün nüfusunun kaçta kaç olduğunu nasıl bulabiliriz?

Şekil 16. MEB-6 mantıkla oluşturulan argümanlar etkinliği örneği (s. 120)

Su dolu bir kovanın ağırlığı $5\frac{8}{10}$ kilogramdır. Kovanın içindeki suyun ağırlığı $4\frac{3}{8}$ kilogram olduğuna göre boş kovanın ağırlığının kaç kilogram olduğunu tahmin ediniz. Kovanın gerçek ağırlığını bulup tahmininizle karşılaştırınız.

Şekil 17. MEB-6 tahmin etme etkinliği örneği (s. 145)

YAP
YAŞA
ÖĞREN

Kullanılacak malzemeler: süreölçer, şerit metre.

- Öğretmeninizin gözetiminde koşu yarışması için uygun bir alanda bir başlangıç çizgisi belirleyiniz.
- Süreölçerle 10 saniye süre tutacak bir arkadaşınızın yardımıyla yarışmayı tamamlayınız.
- Şerit metre yardımıyla her yarışmacının kaç metre koştuğunu ölçerek verileri not alınız.
- Elde ettiğiniz bu verileri düzenlemek için sıklık tablosu yapınız.

- Aşağıdaki istenilenleri bularak sıklık tablosundaki verileri yorumlayınız.
10 saniyede koşulan:
En Uzun Mesafe →
En Kısa Mesafe →
En Uzun Mesafe – En Kısa Mesafe =

Şekil 18. MEB-6 gösterim etkinliği örneği (s. 239)

YAP
YAŞA
ÖĞREN

Kullanılacak malzemeler: taban çevresi çember şeklinde olan farklı büyüklüklerde 4 yuvarlak plastik leğen, şerit metre, hesap makinesi, kâğıt, kalem.

- Önce büyük leğenin taban çevresine şerit metreyi dolayarak leğenin taban çevresinin uzunluğunu ölçünüz ve kâğıda bu uzunluğu not ediniz



- Bu leğeni ters çevirip metre yardımıyla tabanın çap uzunluğunu ölçünüz ve bu uzunluğu da not ediniz.



Görsel 6.1.5

- Son olarak hesap makinesi yardımıyla taban çevresinin uzunluğunu tabanın çap uzunluğuna bölünüz ve bu sayıyı not ediniz.
- Aynı işlemleri diğer üç leğene de yapıp her bir leğen için hesap makinesinde bulduğunuz sayıları karşılaştırınız.

Başka herhangi bir çembere de aynı işlemler yapılması hâlinde çıkacak sonuç hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Şekil 19. MEB-6 ispat etkinliği örneği (s. 325)

Tartışma

Geleneksel sınıflarda matematik dersleri çoğunlukla öğrencilerin ispat yapmalarına fırsat vermeden doğrudan sunulmaktadır. Bu durum da öğrencileri bilgiyi yapılandırmadan pasif bilgi alıcısı konumuna getirmektedir. Hâlbuki ispat yapmak insan etkinliklerinin bir ürünü ve matematik yapmanın bir parçasıdır (Harel & Sowder, 1998). Aydoğdu-İskenderoğlu (2016) öğrencilerin akıl yürütme becerisiyle sorgulama, matematiksel savunma ve açıklamalar yapabildiği, eleştirel düşünebildiği için öğrencilerin ispat yapmadan önce ispat yapma sürecinde kullandıkları akıl yürütme becerisini geliştirmeleri gerektiğini ifade etmektedir. Benzer şekilde Komatsu (2016) ispatlamanın temel bir matematiksel aktivite olduğunu, gerekçelendirme ve ispatlamanın tüm okul seviyelerinde matematiksel öğrenmenin merkezinde olması gerektiğini belirtmektedir. NCTM (2000) de matematik eğitiminin; okul öncesi dönemden lise bitene kadar tüm sınıf seviyelerinde öğrencilerin, “akıl yürütme ve ispatı matematiğin temeli şeklinde tanınmasını, matematiğe yönelik varsayımlarda bulunmasını ve varsayımları araştırmasını, matematiğe yönelik argümanlar ve ispatlar geliştirip değerlendirmesini ayrıca çeşitli akıl yürütme türlerini ve ispat yöntemlerini seçip kullanmasını” sağlamasını önermektedir. Dolayısıyla okul matematiğinde, temel eğitimden başlanarak ortaöğretim sonuna kadar öğrencilerin gelişim sürecinde, ispatı bir kurallar dizini olarak değil, kendi matematiksel çıkarımlarını yapabileceği, farklı ispat yöntemlerini kullanabileceği, araştırma yaparak matematiksel argümanlar üretebileceği bir süreç olarak ele almak gerekir denilebilir. Bu kapsamda öğrencilerin, ilerleyen sınıf düzeylerinde ispat yapabilmeleri için beşinci ve altıncı sınıfta akıl yürütme ve ispat yapma becerisi kazanmaya başlamaları gerektiği düşünülmektedir. Bu duruma yönelik olarak Stacey ve Vincent (2009) matematiğin akıl yürütme üzerine kurulduğunu ve sadece uygulanacak kurallar topluluğu olmadığını anlamanın, öğrencilere iletilmesi gereken önemli bir mesaj olduğunu ve bir konuyu öğrenmenin ayrılmaz bir parçası olarak matematiksel akıl yürütmenin geliştirilmesine yönelik ders kitabı desteğinin güçlendirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Öğrencilerin çoğunun öğrenmesinin, öğretmenden çok metin tarafından yönlendirildiği (Begle, 1973) de göz önüne alınarak gerçekleştirilen bu çalışmada, MEB-5 ve MEB-6’da yer alan tüm etkinliklerin sırasıyla %21 ve %13’ünün matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olduğu belirlenmiştir. Bu bağlamda MEB-5 ve MEB-6’da yer alan etkinliklerin, ortaokul matematik öğretim programında ifade edilen “*Problem çözme sürecinde kendi düşünce ve akıl yürütmelerini rahatlıkla ifade edebilecek, başkalarının matematiksel akıl yürütmelerindeki eksiklikleri veya boşlukları görebilecektir.*” (MEB, 2018a) matematik dersinin özel amacının kullanışlılığını sınırlandırdığı düşünülmektedir. Bieda ve diğerleri (2014) ilkökul (9-11 yaş) matematik ders kitaplarını inceledikleri çalışmada, ders kitaplarının her birinde matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin toplam sayısının oldukça düşük (yedi kitap için ortalama %3,7) olduğunu saptamışlardır. Thompson ve diğerleri (2012) de lise matematik ders kitaplarında, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve ispat becerisi geliştirebilmeleri için çok az fırsat olduğunu tespit etmişlerdir. Bu sonuçlar, yapılan araştırmanın sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Stylianides (2009), bir ortaokul (11-13 yaş) matematik ders kitabı serisini incelediği çalışmasında 4855 etkinliğin yaklaşık %40’nun matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik tasarlandığını belirlemiştir. Burada farklı sınıf düzeylerinden içerik yer aldığı ve etkinlik sayısı arttığı için daha yüksek bir oranın çıkmış olabileceği düşünülmektedir.

Araştırmanın birinci bulgusu olarak MEB-5 (%46,19) ve MEB-6’da (%61,31) yer alan matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik etkinliklerin çoğunluğunun Sayılar ve İşlemler öğrenme alanlarında olduğu görülmüştür. Bu bulgular, literatürdeki çalışmalarla (Doğan, 2019; Stylianides, 2009) benzerlik göstermektedir. Ayrıca MEB-5’te matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinin %48’i uygulamalı, %34’ü sorgulama etkinliklerinden; MEB-6’da ise %39’u alıştırma ve %34’ü uygulamalı etkinliklerden oluşmaktadır. Bunun yanı sıra bilgi olarak ele alınan etkinliklerde matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik herhangi bir fırsat olmadığı tespit edilmiştir. Uygulama, sorgulama ve alıştırma etkinliklerinin, öğrencilerin matematiksel akıl yürütme ve ispat yapmalarına fırsat vermeleri önemli bir sonuç olarak görülmektedir. Bilgi etkinliklerinin ise öğrencilere doğrudan bilgi verirken ipucu niteliğinde verilirken keşfetmelerinin sağlanması veya verilen bilginin dayandırıldığı gerekçelerinin de matematiksel akıl yürütme ve ispat bağlamında sunulması gerektiği düşünülmektedir. Literatüre bakıldığında ise Bieda ve diğerleri (2014) ilkökul matematik ders kitaplarını inceledikleri çalışmalarında, anlatı kısımlarında; benzer şekilde Doğan (2019) bir sekizinci sınıf matematik ders kitabını incelediği çalışmasında bilgi ve uyarı kısımlarında matematiksel akıl yürütme ve ispatın büyük

oranda yer aldığını saptamışlardır. Bu bulgular, yapılan bu araştırmanın bulgularıyla benzerlik göstermemektedir. Kavramsal öğrenmenin, temel bilgilerin edinildiği küçük yaşlarda başlaması gerektiği düşünüldüğünde, öğrencilerin matematiksel terimleri anlamlı öğrenebilmeleri için bilgiyi edinirken sorgulayacakları şekilde sunulması beklenmektedir. Aksi durumda öğrencileri matematiğin bir kurallar bütünü olduğu ve ezberlenmesi gerektiği düşüncesine itebiliriz. Bu nedenle beşinci ve altıncı sınıf matematik ders kitaplarında da bilgi kısımları matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olmalıdır yorumu yapılabilir.

Araştırmanın ikinci bulgusu olarak MEB-5'teki etkinliklerin matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik amaçlarına bakıldığında %73,81'inin varsayımda bulunma, %14,28'inin argüman oluşturma, %10,48'inin varsayımı araştırma ve %1,43'ünün argümanı değerlendirme olduğu belirlenmiştir. MEB-6'daki matematiksel akıl yürütme ve ispat amacı olan etkinliklerin ise %91,97'sinin varsayımda bulunma, %0,73'ünün varsayımı araştırma, %7,30'unun argüman oluşturma amacının olduğu görülmüştür. Benzer şekilde lise matematik ders kitaplarında Thompson ve diğerleri (2012), etkinliklerin %6'sından azının argüman oluşturma ve varsayımı araştırma amacının olduğunu tespit etmişlerdir. Zhang ve Qi (2019) de Çin'de iki ciltlik sekizinci sınıf kitaplarındaki alıştırılmalarda bir argümanı değerlendirmeye çok az (birinci ciltte %2,2, ikinci ciltte %3,4) yer verildiği sonucunu elde etmişlerdir. Buradan hareketle, MEB-5 ve MEB-6'nın öğrencilere matematiksel varsayımı araştırma ve argümanı değerlendirmeyi öğrenmeleri için yeterli fırsatlar sunmadığı söylenebilir. Bu duruma yönelik olarak Stacey ve diğerleri (1985) varsayımda bulunmanın, matematiksel muhakemenin omurgasını oluşturduğunu belirtmektedirler. Akkan (2016) ise bir varsayımın neden doğru olduğunu açıklamak ve genelleme yapabilmeyi sağlamak için bir varsayımda bulunmak kadar varsayımı araştırmanın da önemini vurgulamaktadır. Buradan hareketle, argüman oluşturmak kadar verilen bir argümanı değerlendirmenin de önemli olduğu söylenebilir. Bu kapsamda Fujita ve Jones (2014), matematikte karşı örnekler fikrinin kullanılması çok güçlü olduğu için geometride ispatı öğrenmeye yeni başlayan öğrenciler için basit ve doğrudan ispatlardan başlanıp öğrenme ilerledikçe yürütme fırsatlarının artırılabilceğini ifade etmektedirler. Dolayısıyla ders kitaplarında argüman oluşturma, varsayımı araştırma ve argümanı değerlendirme etkinliklerine daha fazla yer verilmesi gerektiği düşünülmektedir. Aksine sonuçlar olarak Bieda ve diğerleri (2014) ve Doğan'ın (2019) çalışmalarında matematiksel akıl yürütme ve ispat etkinliklerinde varsayımı araştırma, varsayımda bulunmadan daha büyük orandadır.

Araştırmanın üçüncü bulgusu olarak MEB-5'teki matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik etkinliklerin olası argüman türlerinin %60,48'inin mantıkla oluşturulan argümanlar, %22,38'inin gösterim, %8,57'sinin genelleme, %8,09'unun tahmin etme ve %0,48'inin ispat olduğu saptanmıştır. MEB-6'daki matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik etkinliklerin olası argüman türlerinin %35,03'ünün mantıkla oluşturulan argümanlar, %34,31'inin gösterim, %16,79'unun tahmin etme, %11,68'inin genelleme ve %2,19'unun ispat olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Burada dikkat çeken bir bulgu, ispata yönelik etkinliklerin çok az olmasıdır. Uluslararası literatüre göre MEB-5 ve MEB-6'da çok az geçerli ispat argümanı oluşturma fırsatı bulunduğu söylenebilir (Bieda ve diğerleri, 2014; Stylianides, 2009; Thompson ve diğerleri, 2012; Zhang & Qi, 2019). Ayrıca Doğan'ın (2019) Türkiye'deki bir sekizinci sınıf matematik ders kitabını incelediği çalışmasında da önceki öğrenmelerle oluşturulan matematiksel alt yapı itibarıyla beklenen bir durum olarak bu oran çok daha yüksektir. Oysa Şekil 15'teki öğrencilerin üçgenlerin iç açılar toplamının her zaman 180° olduğunu ve Şekil 20'deki pi (π) sayısını uygulamalı birer etkinlik yoluyla kendileri keşfettikleri için kavramsal bir öğrenmenin gerçekleşeceği düşünülmektedir. Beşinci ve altıncı sınıfta ortaokulun temellerinin atıldığı düşünüldüğünde, akıl yürütme becerisinin geliştirilmesine ilişkin daha fazla sayıda örnek sunmanın yanı sıra buradaki ispat etkinliği gibi etkinliklerin sayısının artırılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Diğer önemli bulgu, Amit ve Neria (2008) tarafından matematiksel bilgi gelişiminin temeli ve matematiksel etkinliklerin merkezi olarak ifade edilen genelleme etkinliklerinin ve tahmin etme etkinliklerinin sınırlı sayıda olmasıdır. Benzer şekilde Zhang ve Qi (2019) de çalışmasında sekizinci sınıf kitaplarında genelleme oranının %1,3 ve tahmin etme oranının %10,3 şeklinde düşük olduğu sonucunu elde etmişlerdir.

Sonuç ve Öneriler

Ders kitaplarında belirlenen ilk önemli durum; etkinliklerin çoğunluğunun (MEB-5; %79 ve MEB-6; %87) matematiksel akıl yürütme ve ispata yönelik olmayıp işlemsel bilgi düzeyinde olmasıdır. Genellikle ders kitaplarındaki örtük mesaj, önemli olanın hesaplama becerisi olduğudur. Tabii ki önemlidir ancak bu mesajın, öğrencilerin yöntemleri, akıl yürütmeleri ve matematiksel kalıplar hakkında açıklama isteme eğilimlerini azaltması muhtemeldir (Department for Education and Employment/Qualifications and Curriculum Authority, 1999; akt. Newton ve Newton, 2006). Yapılan araştırmalar, kavramsal ve işlemsel bilginin/anlamanın bir arada ve birbiriyle ilişki içerisinde sunulması gerektiğini göstermektedir (Yanık, 2016). Buradan hareketle, ders kitaplarındaki etkinliklerin öğrencilerin hem kavramsal hem de işlemsel anlamalarını geliştirecek nitelikte düzenlenmesi önerilmektedir. Böylece işlem bilgisi/anlaması gelişmiş bir öğrenci ulusal/uluslararası sınavda kavramsal bilgi/anlamaya daha fazla vakit ayırma şansına sahip olacağı ayrıca kavramsal bilgi/anlamasıyla da uzun işlem gerektiren sorularda çok düşünmeden harekete geçebileceği ön görülmektedir.

İkinci önemli durum; ders kitaplarında öğrencilerden gerekçelendirme yapmalarını bekleyen etkinlikler mevcuttur. Fakat öğrencilerin, ders kitaplarındaki bu etkinliklerin kendilerinden gerekçelendirme yapmalarını beklediklerini anlamaları için öğretmenin buna dair öğrencilere açıklama yapmak zorunda olduğu görülmüştür. Bu nedenle Stacey ve Vincent'in (2009) da belirttiği üzere öğretmenlerin ileri matematik bilgisiyle birlikte derin matematiksel alan bilgisine sahip olması gerekmektedir. Newton ve Newton (2006), stajyer öğretmenlerin, yeni ve uzman olmayan ilköğretim matematik öğretmenlerinin, matematikte nedenler hakkında düşünmekten kaçınma ve prosedürlerin, rutinlerin ve algoritmaların ezbere uygulanması yoluyla hesaplama becerisinin gelişimini destekleme eğiliminde olduğunu açıklamaktadırlar. Bunun yanında, ders kitaplarında nedenlerin açık bir şekilde belirtilmesinin, kendi matematiği kavrayışına veya matematik öğretme becerisine güven duymayan bir öğretmen için potansiyel olarak yararlı olacağını, hem öğretmene nelere dikkat etmesi gerektiğini hatırlatacağını hem de daha az konuşma riski olan çocuklarla konuşmayı kolaylaştıracağını belirtmektedirler. Bu araştırmada incelenen ders kitabına benzer şekilde, İngiltere'deki 18 ilköğretim (7-11 yaş) matematik kitabını inceledikleri çalışmalarında, bu kitapların çoğunun, yeni öğretmenlere, matematikte sağlam bir geçmişi olmayanlara, konu bilgisine ya da öğretme becerilerine güvenmeyenlere bu tür anlayışlara dikkat etmelerine yardımcı olma ihtimalinin düşük olduğu sonucuna varmışlardır. Dolayısıyla etkinliklerde, öğrencilerden sonuç elde etmelerinden ziyade akıl yürütme ve esnek düşünebilme becerisi geliştirmelerini bekliyorsak ders kitabının bilgi etkinliklerinde gerekçelendirmelerin açık bir şekilde yapılmasını ve öğrencilerin aktif katılacağı etkinliklere ise *"nedenini açıklayınız, argüman sununuz, gerekçelendiriniz"* gibi ifadelerin eklenmesi önerilmektedir. Böylece öğrencilerin esnek düşünme becerisinin üç ana temasından (Barak & Levenberg, 2016) biri olan öğrenme durumundaki değişikliklere uyum sağlama (birden fazla çözüm bulma, bilinmeyen sorunları çözme ve bilgiyi yeni durumlara aktarma) yeteneğinin gelişeceği düşünülmektedir. Ayrıca Ball (1993), matematiğin çocuklarla, çocukların da matematikle ilgili olarak düşünülmesi; kulaklarımızın ve gözlerimizin dünyayı, matematiğin disiplinini, çocukların dünyasını hem matematiksel hem de çocuk filtreleriyle araştırması gerektiğini vurgulamaktadır. Dolayısıyla matematik ders kitaplarındaki etkinlikler yazılırken çocukların düşünebileceklerine odaklanılmalıdır diyebiliriz.

Üçüncü önemli durum ise matematik ders kitaplarının farklı uzmanlık alanlarına sahip kişilerin farklı bakış açıları sunması nedeniyle çok yazarlı olması olumlu bir yönü olarak görülsede kitaplara bütün olarak bakıldığında üniteler arasında uyum sorunlarının olduğu görülmüştür. Buna yönelik olarak Hiebert ve Lefevre (1986), kavramsal öğrenme için kavramı tanıyıp bilmenin yanı sıra kavramlar arasında ilişki kurabilmek gerektiğini açıklamaktadır. Bu bağlamda ders kitaplarının içeriklerinin birbiriyle uyumlu olmasının, öğrencilerin içeriklerde yer alan kavramlar arasındaki ilişkiyi kendilerinin görmelerini kolaylaştıracağı düşünülmektedir. Dolayısıyla ilgili uzmanlar tarafından kitaplarda yer alan etkinliklerin bütüncül bir bakış açısıyla ele alınıp birbiriyle uyumlu şekilde yazılması önerilmektedir.

Yazarların Beyanı

Araştırmacıların katkı oranı beyanı: Araştırmacılar çalışmaya eşit derecede katkı sağlamıştır.

Etik Kurul Kararı: Bu araştırma, İstanbul Aydın Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulunun 24/11/2022 tarihli 2022-10 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

Çatışma beyanı: Araştırmacılar olarak herhangi bir çıkar/çatışma beyanımız olmadığını bildiririz.

Destek ve teşekkür: Bu araştırmada herhangi bir kurumdan finansal destek alınmamıştır.

Kaynaklar

- Akkan, Y. (2016). Cebirsel düşünme. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 43-64) içinde. Pegem Akademi.
- Alibert, D. (1988). Towards new customs in the classroom. *For the Learning of Mathematics*, 8(2), 31–35.
- Amit, M., & Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre-algebra students. *ZDM*, 40(1), 111-129. <https://doi.org/10.1007/s11858-007-0069-5>
- Askew, M., Hodgen, J., Hossain, S. & Bretscher, N. (2010). *Values and variables: Mathematics education in high-performing countries*. Nuffield foundation.
- Aydoğdu-İskenderoğlu, T. (2016). Kanıt ve kanıt şemaları. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 65-84) içinde. Pegem Akademi.
- Balacheff, N. (1991). The benefits and limits of social interaction: The case of mathematical proof. In *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 173-192). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-2195-0_9
- Ball, D. L. (1993). With an eye on the mathematical horizon: Dilemmas of teaching elementary school mathematics. *The Elementary School Journal*, 93(4), 373-397. <https://doi.org/10.1086/461730>
- Barak, M., & Levenberg, A. (2016). A model of flexible thinking in contemporary education. *Thinking Skills and Creativity*, 22, 74-85. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2016.09.003>
- Baroody, A. J., & Costlick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power. An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Erlbaum. <https://doi.org/10.4324/9781410602084>
- Begle, E. (1973). Some lessons learned by SMSG. *Mathematics Teacher*, 66, 207-214. <https://doi.org/10.5951/MT.66.3.0207>
- Bieda, K. N., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71-80. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.06.005>
- CadwalladerOlsker, T. (2011). What do we mean by mathematical proof?. *Journal of Humanistic Mathematics*, 1(1), 33-60. <https://doi.org/10.5642/jhummath.201101.04>
- Doğan, M. F. (2019). Opportunities to learn reasoning and proof in eighth-grade mathematics textbook. *Inonu University Journal of the Faculty of Education*, 20(2), 601-618. <https://doi.org/10.17679/inuefd.527243>
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM*, 45(5), 765-777. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6>
- Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM*, 45(5), 633-646. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x>
- Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 11-50. <https://doi.org/10.1023/A:1003488222875>

- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education*. McGraw-hill.
- Fujita, T., & Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Educational Research*, 64, 81-91. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.09.014>
- Hanna, G. (1989). More than formal proof. *For the Learning of Mathematics*, 9(1), 20-23.
- Hanna, G. (1990). Some pedagogical aspects of proof. *Interchange*, 21, 6-13. <https://doi.org/10.1007/BF01809605>
- Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 5-23. <https://doi.org/10.1023/A:1012737223465>
- Hanna, G. (2020). Mathematical proof, argumentation, and reasoning. *Encyclopedia of Mathematics Education*, 561-566. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_102
- Harel, G., & Sowder, L. (1998). Students' proof schemes: Results from exploratory studies. In A. Schoenfeld, J. Kaput, & E. Dubinsky (Ed.), *Research in collegiate mathematics education III*, (pp. 234-283). American Mathematical Society.
- Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 805-842). National Council of Teachers of Mathematics.
- Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining, *Educational Studies in Mathematics*, 24, 389-399. <https://doi.org/10.1007/BF01273372>
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Eds.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*, (pp. 1-27). Erlbaum.
- Hong, D. S., & Choi, K. M. (2018). Reasoning and Proving Opportunities in Textbooks: A Comparative Analysis. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(1), 82-97. <https://doi.org/10.21890/ijres.382937>
- Jeannotte, D., & Kieran, C. (2017). A conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96(1), 1-16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: A study of textbooks as the potentially implemented curriculum* [Unpublished doctoral dissertation]. Luleå Tekniska Universitet.
- Karakuş, F., & Korkutan, E. (2021). Ortaokul matematik ders kitaplarında geometri ve ölçme konularına yönelik yapılan ispatların muhakeme ve ispat analitik çerçevesi kapsamında incelenmesi. *Manisa Celal Bayar Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(1), 1-16. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.840090>
- Kilpatrick, J. (1996). Introduction to Section 1. In A. J. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & C. Laborde (Ed.), *International handbook of mathematics education*, (pp. 7-10), (Vol. 4). Kluwer.
- Knuth, E. J. (2002). Secondary school mathematics teachers' conceptions of proof. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(5), 379-405. <https://doi.org/10.2307/4149959>
- Komatsu, K. (2016). A framework for proofs and refutations in school mathematics: Increasing content by deductive guessing, *Educational Studies in Mathematics*, 92(2), 147-162. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9677-0>
- Küchemann, D., & Hoyles, C. (2006). Influences on students' mathematical reasoning and patterns in its development: insights from a longitudinal study with particular reference to geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 4(4), 581-608. <https://doi.org/10.1007/s10763-006-9039-6>
- Lampert, M. (1990). When the problem is not the question and the solution is not the answer: Mathematical knowing and teaching. *American Educational Research Journal*, 27(1), 29-63.

<https://doi.org/10.3102/00028312027001029>

- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 165-190. <https://doi.org/10.1023/A:1003956417456>
- Manin, Y. (1977). *A course in mathematical logic*, Springer-Verlag.
- Manin, Y. (1992, August, 17-23). Contribution in panel discussion on “The theory and practice of proof”. In C. Gaulin, B. R. Hodgson, D. H. Wheeler, J. C. Egsgard (Ed.), *Proceedings of the seventh International Congress on Mathematical Education*, Québec.
- Mariotti, M. A. (2006). Proof and proving in mathematics education. In A. Gutiérrez & P. Boero (Ed.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education* (pp. 173-204). Brill.
- Mason, J. (2001). *Questions about mathematical reasoning and proof in schools*. http://xtec.cat/centres/a8005072/articles/proof_and_reasoning.pdf
- Merzbach, U. C., & Boyer, C. B. (2011). *A history of mathematics* (3. Ed.). Wiley.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis*, Sage Publications.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018a). *Matematik Dersi 1-8. Sınıflar Öğretim Programı*. MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018b). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı-5*. MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Millî Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018c). *Ortaokul ve İmam Hatip Ortaokulu Matematik Ders Kitabı-6*. MEB Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston.
- Newton, D. P., & Newton, L. D. (2006). Could elementary mathematics textbooks help give attention to reasons in the classroom?. *Educational Studies in Mathematics*, 64(1), 69-84. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9015-z>
- Nordström, K., & Löfwall, C. (2005, February, 17-21). Proof in Swedish upper secondary school mathematics textbooks: The issue of transparency. In M. Bosch (Ed.), *CERME 4-Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 448-457).
- Rav, Y. (1999). Why do we prove theorems?. *Philosophia Mathematica*, 7(3), 5-41. <https://doi.org/10.1093/philmat/7.1.5>
- Remillard, J. T., & Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the curriculum enactment process in mathematics education. *ZDM*, 46(5), 705-718. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0600-4>
- Rezat, S. & Sträßer, R. (2015). Methodological issues and challenges in research on mathematics textbooks. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 20(3-4), 247-266.
- Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proofs in school mathematics. *The American Mathematical Monthly*, 105(3), 252-255. <https://doi.org/10.1080/00029890.1998.12004875>
- Schoenfeld, A. H. (1994). What do we know about mathematics curricula? *Journal of Mathematical Behavior*, 13(1), 55-80. [https://doi.org/10.1016/0732-3123\(94\)90035-3](https://doi.org/10.1016/0732-3123(94)90035-3)
- Silverman, B., & Even, R. (2015, February, 4-8). Textbook explanations: Modes of reasoning in 7 th grade Israeli mathematics textbooks. In K. Krainer & N. Vondrová (Ed.), *CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 205-212).
- Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 72(3), 271-288. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9193-1>

- Stacey, K., Burton, L., & Mason, J. (1985). *Thinking mathematically*. Addison-Wesley Publishers.
- Stefanowicz, A., Kyle, J., & Grove, M. (2014). *Proofs and mathematical reasoning*. University of Birmingham.
- Stein, M. K., Remillard, J., & Smith, M. S. (2007). How curriculum influences student learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 319-370). National Council of Teachers of Mathematics, Information Age Publishing.
- Stylianides, G. J. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9-16.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258-288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>
- Tall, D. (2014). Making sense of mathematical reasoning and proof. In M. Fried & T. Dreyfus (Ed.), *Mathematics & mathematics education: Searching for common ground* (pp. 223-235). Springer.
- Tarr, J. E., Chávez, Ó., Reys, R. E., & Reys, B. J. (2006). From the written to the enacted curricula: The intermediary role of middle school mathematics teachers in shaping students' opportunity to learn. *School Science and Mathematics*, 106(4), 191-201. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2006.tb18075.x>
- Thompson, D. R., Senk, S. L., & Johnson, G. J. (2012). Opportunities to learn reasoning and proof in high school mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), 253-295. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.3.0253>
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Nobel.
- Weber, K. & Alcock, L. (2004). Semantic and syntactic proof productions. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 209-234. <https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040410.57253.a1>
- Weiss, I. R., Pasley, J. D., Smith, P. S., Banilower, E. R., & Heck, D. J. (2003). *Looking inside the classroom*. Horizon Research Inc.
- Wood, T., & Turner-Vorbeck, T. (2001). Extending the conception of mathematics Teaching. In T. Wood, B. S. Nelson, & J. Warfield (Ed.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 185-208). Erlbaum.
- Yackel, E., & Hanna, G. (2003). Reasoning and proof. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. Schifter (Ed.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 22-44). National Council of Teachers of Mathematics.
- Yanık, H. B. (2016). Kavramsal ve işlemsel anlama. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (ss. 101-116) içinde. Pegem Akademi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Basım). Seçkin.
- Zhang, D., & Qi, C. (2019). Reasoning and proof in eighth-grade mathematics textbooks in China. *International Journal of Educational Research*, 98, 77-90. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.08.015>

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

According to Nordström and Löfwall (2005), reasoning and proof in mathematics textbooks should be presented clearly for students to understand and apply them. In this context, reasoning and proof should be included in secondary-school mathematics textbooks available to all students. According to Thompson et al. (2012) opportunities for reasoning and proof are unlikely to be transferred to learning environments if they are not provided in textbooks. As a result, analyzing the reasoning and proving opportunities in textbooks, one of the factors influencing mathematics teaching and learning, is an essential first step toward understanding the opportunities for students to learn to reason and prove (Hong & Choi, 2018). In this context, this study aims to examine the fifth- and sixth-grade mathematics textbooks in the context of reasoning and proof. Answers to the following problems were sought in this direction. Activities for mathematical reasoning and proof in fifth- and sixth-grade mathematics textbooks:

1. What is their distribution according to learning areas?
2. How are their objectives distributed?
3. How is the distribution of possible argument types distributed?

Method

Since the textbook review has been completed, this research is a document analysis study. As a result, the content analysis method was used to examine the textbooks' mathematical reasoning and proof activities. Here, we examined a fifth- and sixth-grade mathematics textbook presented to all students from the Education Information Network by the Ministry of Education. The analytical framework, as developed by the researchers based on the evaluation criteria of the studies in the literature, was used in the data analysis. In this context, reasoning and proof activities were assessed using the fifth (MoNE-5) and sixth (MoNE-6) grade mathematics learning areas, the activities' goals, and possible argument types. Both researchers independently analyzed the data in time and environment to ensure reliability. With the subsequent results, reliability was obtained using the Miles and Huberman (1994) formula ($\text{reliability} = \frac{\text{consensus}}{\text{consensus} + \text{divergent opinion}} \times 100$). As a result, the researchers' agreement rate for mathematical reasoning and proving activities in MoNE-5 and MoNE-6 was determined to be 93% and 96%, respectively.

Results

Mathematical reasoning and proof are revealed to account for 21% and 13%, respectively, of all activities in MoNE-5 and MoNE-6. The activities in MoNE-5 and MoNE-6, as expressed in the secondary-school mathematics curriculum, "will be able to easily express their thoughts and reasoning in the problem-solving process, and will be able to see the deficiencies or gaps in the mathematical reasoning of others" (MoNE, 2018a) is thought to limit the usefulness of the mathematics courses' specific purpose.

The majority of the activities for mathematical reasoning and proof in MoNE-5 (46.19%) and MoNE-6 (61.31%) were seen to be in the learning areas of numbers and operations, according to the study's initial findings. These findings concur with previous research (Doğan, 2019; Stylianides, 2009). In addition, 48% of mathematical reasoning and proof activities in MoNE-5 are applied, 34% are inquiry activities; in MoNE-6, 39% consists of exercises and 34% of practical activities. Additionally, it has been found that none of the actions deemed to represent knowledge allow for mathematical proof or reasoning.

The study's second finding is that 73.81% of participants make assumptions, 14.28% make arguments, 10.48% research hypotheses, and 1.43% create arguments when the MoNE-5 tasks for mathematical reasoning and proof are analyzed. It has been established that the famous defense involves appraisal. In MoNE-6, it was found that 91.97% of the activities intended to promote mathematical proof and reasoning involved making assumptions, 0.73% involved researching assumptions, and 7.30% involved formulating arguments. From this perspective, it may be claimed that MoNE-5 and MoNE-6 do not give students enough opportunities to develop their ability to research mathematical hypotheses and evaluate arguments.

The study's third finding revealed that 60.48% of the argument types available in mathematical reasoning and proving tasks in MoNE-5 were logically created, 22.38% were demonstrations, 8.57% were generalizations, 8.09% were logically formed, and 0.48% were evidence. In contrast, the MoNE-6 activities for mathematical reasoning and proof included the following possible argument types: logic 35.03%; demonstration 34.31%; guessing 16.79%; generalization 11.68%; and 2.19% evidence.

Conclusion

The first important situation determined in the textbooks, i.e., most activities (79% MoNE-5 and 87% MoNE-6) are not aimed at mathematical reasoning and proof but at the level of operational knowledge. The common underlying message in textbooks is that computing ability matters—of course, it does; however, this message is likely to reduce students' inclination to seek explanations about their methods, reasoning, and mathematical patterns (DfEE/QCA, 1999; quoted in Newton & Newton, 2006). Research demonstrates that conceptual and procedural knowledge and understanding should be delivered concurrently and simultaneously (Yanık, 2016). From this vantage point, it is recommended that the textbook exercises be structured to enhance students' conceptual and procedural knowledge. As a result, it is anticipated that a student who possesses advanced operational knowledge and understanding will be able to spend more time on conceptual knowledge and understanding in national or international exams and will be able to respond quickly to questions that call for lengthy processing of conceptual knowledge and understanding.

The second important situation is that students can understand the expectation of justification of the activities in the books only when they are explained by the teacher. Because of this, according to Stacey and Vincent (2009), teachers need to possess both in-depth subject knowledge and sophisticated mathematical expertise.

The third significant point is that, even though having multiple authors for mathematics textbooks is generally regarded as a positive feature because it provides different viewpoints from those with various areas of expertise, it has been discovered that there are compatibility issues between the units. Hiebert and Lefevre (1986) elaborate on this point by stating that one must first recognize, understand, and build relationships between concepts to learn conceptually.